Глава 5.

ЗАКОН ОМА – ПРОСТЕЙШИЙ ПРИМЕР ФИЗИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ РАНГА (2,3)

DIMIDIUM FACTI QUI COEPIT HABET: SAPERE AUDE; INCIPE! [35]

Теория, притязающая на звание непреходящей и плодотворной должна, по-моему, обнаруживать своё благородное происхождение не в пустой словесности, а в том, чтобы действительно всюду выявлять своё родство с духом природы, изъясняясь простыми и полными выражениями, без всяких словесных прикрас [1].

— Георг Симон Ом

§ 1. Что стоит за законом Ома?

§ 2. Сопротивление проводника, ЭДС и внутреннее сопротивление источника тока как сакральные инварианты.

§ 3. Предварительное определение физической структуры ранга (2,3).

[35] Тот уже полдела свершил, что начал: осмелься быть мудрым; и начинай!

Георг Ом (1787 - 1854)

Ампер считал необходимым особо подчеркнуть, что математическая теория электродинамических явлений выведена им исключительно из опыта.

Вильгельм Вебер

Скажите мне, что такое электричество, и я объясню вам всё остальное.

Вильям Томсон

Аннотация к Главе 5

Закон Ома – простейший пример физической структуры ранга (2,3)

Чтобы обнаружить физическую структуру, лежащую в основании закона Ома для всей цепи, необходимо взять *два* источника тока α и β и *три* проводника i, k, m и написать шесть уравнений;

$$\mathcal{J}(\alpha\, i) = \tfrac{\mathcal{E}_\alpha}{R_i + \rho_\alpha}; \qquad \mathcal{J}(\alpha\, k) = \tfrac{\mathcal{E}_\alpha}{R_k + \rho_\alpha}; \qquad \mathcal{J}(\alpha\, m) = \tfrac{\mathcal{E}_\alpha}{R_m + \rho_\alpha};$$
$$\mathcal{J}(\beta\, i) = \tfrac{\mathcal{E}_\beta}{R_i + \rho_\beta}; \qquad \mathcal{J}(\beta\, k) = \tfrac{\mathcal{E}_\beta}{R_k + \rho_\beta}; \qquad \mathcal{J}(\beta\, m) = \tfrac{\mathcal{E}_\beta}{R_m + \rho_\beta}$$

исключить из них сопротивления R_i, R_k, R_m , электродвижущие силы $\mathcal{E}_\alpha, \mathcal{E}_\beta$ и внутренние сопротивления ρ_α, ρ_β и получить сакральное соотношение между шестью силами токов $\mathcal{J}_{\alpha i},\ \mathcal{J}_{\alpha k},\ \mathcal{J}_{\alpha m},\ \ \mathcal{J}_{\beta i}, \mathcal{J}_{\beta k}, \mathcal{J}_{\beta m}$

$$\begin{vmatrix} I_{\alpha i} & I_{\alpha k} & I_{\alpha m} \\ I_{\beta i} & I_{\beta k} & I_{\beta m} \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0,$$

где $I_{\alpha i} = \frac{1}{J_{\alpha i}}$, вид которого не зависит от выбора проводников i, k, m и источников тока α, β .

Из этого тождества следует определение электродвижущей силы источника тока

$$\mathcal{E}_\alpha = (R_2 - R_0) \cdot \frac{\mathcal{J}_{\alpha 0}\mathcal{J}_{\alpha 2}}{\mathcal{J}_{\alpha 0} - \mathcal{J}_{\alpha 2}}$$

внутреннего сопротивления

$$\rho_\alpha = \frac{R_2\mathcal{J}_{\alpha 2} - R_0\mathcal{J}_{\alpha 0}}{\mathcal{J}_{\alpha 0} - \mathcal{J}_{\alpha 2}}$$

и сопротивления проводника

$$R_i = \frac{R_2\mathcal{J}_{12}(\mathcal{J}_{10} - \mathcal{J}_{1i}) - R_0\mathcal{J}_{10}(\mathcal{J}_{12} - \mathcal{J}_{1i})}{\mathcal{J}_{1i}(\mathcal{J}_{10} - \mathcal{J}_{12})}$$

В завершение приводится предварительная формулировка физической структуры ранга (2,3) и на примере закона Ома для всей цепи даётся физическая интерпретация основных понятий Теории физических структур.

Глава 5

Закон Ома – простейший пример физической структуры ранга (2,3)

Именно переход с одной ступени на другую, более высокую – от явления к законам природы, от законов природы к симметрии, или принципам инвариантности, – представляет собой то, что я называю иерархией нашего знания об окружающем мире [2].

— Юджин Поль Вигнер

§ 1. Что стоит за законом Ома?

Легко показать, что закон Ома для участка цепи

$$\mathcal{J} = \frac{U}{R} \tag{1}$$

с точностью до обозначения и физической интерпретации имеет то же самое строение или, другими словами, ту же самую физическую структуру, что и только что рассмотренный закон Ньютона. В самом деле, полагая

$$I_{\alpha i} = \frac{1}{\mathcal{J}_{\alpha i}}, \qquad x_i = R_i, \qquad \xi_\alpha = \frac{1}{U_\alpha},$$

где R_i — сопротивление проводника i,
U_α — разность потенциалов на выходе источника напряжения α,
$\mathcal{J}_{\alpha i}$ — сила тока через проводник i при подключении его к источнику напряжения α,
получаем каноническую форму закона Ома для участка цепи:

$$I_{\alpha i} = \xi_\alpha \cdot x_i \tag{2}$$

совпадающую с канонической формой закона Ньютона.

Что же касается закона Ома для всей цепи

$$\mathcal{J} = \frac{\mathcal{E}}{R + \rho}, \tag{3}$$

то его строение — его физическая структура – существенно отличается от физической структуры Второго закона механики Ньютона, и потому мы рассмотрим его более подробно.

Входящие в (3) физические величины — сила тока $\mathcal{J}$, сопротивление проводника R, электродвижущая сила $\mathcal{E}$ и внутреннее сопротивление ρ источника тока имеют, как и в только что рассмотренном законе Ньютона, различную математическую природу. Так, сопротивление R_i является числовой функцией одной нечисловой переменной — проводника i, т. е.

$$R : \mathfrak{M} \to \mathbb{R},$$

где $\mathfrak{M} = \{i, k, \ldots\}$ — множество проводников $i, k, \ldots$,

электродвижущая сила $\mathcal{E}_\alpha$ и внутреннее сопротивление ρ_α являются числовыми функциями одной нечисловой переменной — источника тока α, т. е.

$$\mathcal{E} : \mathfrak{N} \to \mathbb{R}$$

$$\rho : \mathfrak{N} \to \mathbb{R},$$

где $\mathfrak{N} = \{\alpha, \beta, \ldots\}$ — множество источников тока $\alpha, \beta, \ldots$,

сила же тока $\mathcal{J}_{\alpha i}$ является числовой функцией двух нечисловых переменных — проводника i и источника тока α, то есть

$$\mathcal{J} : \mathfrak{N} \times \mathfrak{M} \to \mathbb{R}.$$

Итак, специально выделяя независимые нечисловые переменные $i \in \mathfrak{M}$ и $\alpha \in \mathfrak{N}$, перепишем закон Ома (3) в виде:

$$\mathcal{J}_{\alpha i} = \frac{\mathcal{E}_\alpha}{R_i + \rho_\alpha}. \tag{4}$$

Таким образом, закон Ома в форме (4) представляет собой связь между существенно разнородными физическими величинами – **одноиндексными** сопротивлением R_i проводника i, электродвижущей силой $\mathcal{E}_\alpha$ и внутренним сопротивлением ρ_α источника тока α с одной стороны и **двухиндексной** силой тока $\mathcal{J}_{\alpha i}$ с другой, то есть

$$\mathcal{J}_{\alpha i} = \varphi(\mathcal{E}_\alpha, \rho_\alpha; R_i) = \frac{\mathcal{E}_\alpha}{R_i + \rho_\alpha}.$$

Назовём соотношение

$$I_{\alpha i} = \xi_\alpha x_i + \eta_\alpha, \tag{5}$$

где

$$I_{\alpha i} = \frac{1}{J_{\alpha i}}$$

$$x_i = R_i, \qquad \xi_\alpha = \frac{1}{\mathcal{E}_\alpha}, \qquad \eta_\alpha = \frac{\rho_\alpha}{\mathcal{E}_\alpha}$$

канонической формой закона Ома для всей цепи.

Заметим, что, строго говоря, единственной измеряемой величиной в этом примере является сила тока $\mathcal{J}_{\alpha i}$. В связи с этим перепишем закон Ома (4) в виде, не содержащем ни сопротивления R_i, ни электродвижущей силы $\mathcal{E}_\alpha$, ни внутреннего сопротивления ρ_α. Чтобы исключить все сопротивления, электродвижущие силы и внутренние сопротивления, нужно взять, как показывает простой перебор вариантов, по крайней мере **три** $(r = 3)$ проводника $i, k, m \in \mathfrak{M}$ и **два** $(s = 2)$ источника α, β. Итак, запишем шесть $k = r \cdot s = 6$ равенств:

$$\begin{aligned}
\mathcal{J}_{\alpha i} &= \frac{\mathcal{E}_\alpha}{R_i + \rho_\alpha} & \mathcal{J}_{\beta i} &= \frac{\mathcal{E}_\beta}{R_i + \rho_\beta} \\
\mathcal{J}_{\alpha k} &= \frac{\mathcal{E}_\alpha}{R_k + \rho_\alpha} & \mathcal{J}_{\beta k} &= \frac{\mathcal{E}_\beta}{R_k + \rho_\beta} \\
\mathcal{J}_{\alpha m} &= \frac{\mathcal{E}_\alpha}{R_m + \rho_\alpha} & \mathcal{J}_{\beta m} &= \frac{\mathcal{E}_\beta}{R_m + \rho_\beta},
\end{aligned} \tag{6}$$

содержащих семь $(N = mr + ns = 1\cdot 3 + 2\cdot 2 = 7)$ неизвестных $R_i.R_k, R_m; \mathcal{E}_\alpha$, $\rho_\alpha, \mathcal{E}_\beta, \rho_\beta$.

Обратим при этом внимание на то, что проводник i характеризуется **одним** $(m = 1)$ параметром – сопротивлением R_i, а источник тока α характеризуется уже **двумя** $(n = 2)$ параметрами – электродвижущей силой $\mathcal{E}_\alpha$ и внутренним сопротивлением ρ_α.

Другими словами, множество проводников $\mathfrak{M}$ одномерно, а множество источников тока $\mathfrak{N}$ двумерно.

Итак, мы имеем **шесть** уравнений (6) содержащих **семь** неизвестных $R_i.R_k, R_m; \mathcal{E}_\alpha, \rho_\alpha, \mathcal{E}_\beta, \rho_\beta$. Особенность этой системы состоит в том, что из шести уравнений (6) можно можно исключить все семь неизвестных, получив при этом одно соотношение между токами

$$\begin{matrix} \mathcal{J}_{\alpha i} & \mathcal{J}_{\alpha k} & \mathcal{J}_{\alpha m} \\ \\ \mathcal{J}_{\beta i} & \mathcal{J}_{\beta k} & \mathcal{J}_{\beta m} \end{matrix}$$

Исключая из шести уравнений (6) семь неизвестных, получаем следующее соотношение между шестью значениями тока $\mathcal{J}_{\alpha i}$ или между шестью их обратными значениями $I_{\alpha i} = \dfrac{1}{\mathcal{J}_{\alpha i}}$:

$$\forall i, k, m \in \mathfrak{M} \qquad \forall \alpha, \beta \in \mathfrak{N}$$

$$\begin{vmatrix} \mathcal{J}_{\alpha i} & \mathcal{J}_{\alpha i} & \mathcal{J}_{\alpha m} \\ \mathcal{J}_{\beta i} & \mathcal{J}_{\beta i} & \mathcal{J}_{\beta m} \\ \mathcal{J}_{\alpha i}\mathcal{J}_{\beta i} & \mathcal{J}_{\alpha i}\mathcal{J}_{\beta k} & \mathcal{J}_{\alpha m}\mathcal{J}_{\beta m} \end{vmatrix} = 0 \tag{7}$$

или

$$\begin{vmatrix} I_{\alpha i} & I_{\alpha k} & I_{\alpha m} \\ I_{\beta i} & I_{\beta k} & I_{\beta m} \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \tag{8}$$

Соотношение (8) мы будем называть **сакрально-ивариантной** формой закона Ома для всей цепи.

Оно не содержит ничего, кроме измеряемых на опыте сил токов (точнее, их обратных значений $I_{\alpha i} = \mathcal{J}_{\alpha i}^{-1}$) и может быть, таким образом, подвергнуто непосредственной экспериментальной проверке.

Итак, фундаментальное соотношение (8) или (7) получено нами как очевидное следствие из закона Ома (4). Но, с другой стороны, можно показать, что каноническая форма закона Ома (5) (или (4)), в свою очередь, может быть получена как следствие из сакрального соотношения (8).

Только заметим при этом, что параметры $x_i, \xi_\alpha, \eta_\alpha$, входящие в правую часть выражения (5), не определяются однозначно, так как существует двухпараметрическая группа преобразований[36]

$$x = c_1(\overline{x} - c_2)$$

$$\xi = \frac{1}{c_1}\overline{\xi}$$

$$\eta = \overline{\eta} + c_2\overline{\xi},$$

сохраняющая вид выражения

$$\xi_\alpha x_i + \eta_\alpha = \overline{\xi}_\alpha \overline{x}_i + \overline{\eta}_\alpha$$

Чтобы перейти от сакрально-инвариантной формы закона Ома (8) к канонической (5), назовём два произвольных проводника, например k и m , и один произвольный источник тока, например β , "эталонным" и переобозначим их, соответственно, через "2", "0" и "1". Полагая в (8) $k = 2$, $m = 0$, $\beta = 1$, будем иметь:

$$\begin{vmatrix} I_{\alpha i} & I_{\alpha 2} & I_{\alpha 0} \\ I_{1i} & I_{12} & I_{10} \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} I_{\alpha i} - I_{\alpha 0} & I_{\alpha 2} - I_{\alpha 0} \\ I_{1i} - I_{10} & I_{12} - I_{10} \end{vmatrix} \equiv 0$$

Далее имеем:

$$I_{\alpha i} - I_{\alpha 0} = \frac{I_{1i} - I_{10}}{I_{12} - I_{10}} \cdot (I_{\alpha 2} - I_{\alpha 0})$$

или

$$I_{\alpha i} = (I_{\alpha 2} - I_{\alpha 0}) \left(\frac{I_{1i} - I_{10}}{I_{12} - I_{10}} + \frac{I_{\alpha 0}}{I_{\alpha 2} - I_{\alpha 0}} \right) \tag{9}$$

Полученное соотношение (9) сохраняет свой вид при внесении в него двух произвольных параметров c_1 и c_2 :

$$I_{\alpha i} = \frac{I_{\alpha 2} - I_{\alpha 0}}{c_1} \cdot c_1 \left(\frac{I_{1i} - I_{10}}{I_{12} - I_{10}} - c_2 + \frac{I_{\alpha 0}}{I_{\alpha 2} - I_{\alpha 0}} + c_2 \right) = \frac{R_i + \rho_\alpha}{\mathcal{E}_\alpha}.$$

[36] Постоянная c_1 зависит от выбора системы единиц, а постоянная c_2 определяется выбором начала отсчёта величины сопротивления.

§ 2. Сопротивление проводника, ЭДС и внутреннее сопротивление источника тока как сакральные инварианты

Таким образом, получаем следующие выражения для электродвижущей силы источника тока α

$$\mathcal{E}_\alpha = \frac{c_1}{I_{\alpha 2} - I_{\alpha 0}},$$

для внутреннего сопротивления источника тока α

$$\rho_\alpha = c_1 \left(\frac{I_{\alpha 0}}{I_{\alpha 2} - I_{\alpha 0}} + c_2 \right)$$

и для сопротивления проводника i

$$R_i = c_1 \left(\frac{I_{1i} - I_{10}}{I_{12} - I_{10}} - c_2 \right),$$

содержащие две произвольные постоянные c_1 и c_2 .

Чтобы найти эти постоянные, припишем эталонным проводникам “0” и “2” произвольные значения сопротивлений R_0 и R_2 . При этом будем иметь

$$R_0 = -c_1 c_2$$

$$R_2 = c_1(1 - c_2),$$

откуда получаем:

$$c_1 = R_2 - R_0;$$

$$c_2 = -\frac{R_0}{R_2 - R_0}$$

Итак, в самом общем случае имеем следующие выражения для $\mathcal{E}_\alpha$, ρ_α и R_i через измеряемые на опыте силы токов $\mathcal{J}_{\alpha i}$:

$$\mathcal{E}_\alpha = \frac{R_2 - R_0}{I_{\alpha 2} - I_{\alpha 0}} = (R_2 - R_0) \cdot \frac{\mathcal{J}_{\alpha 0}\mathcal{J}_{\alpha 2}}{\mathcal{J}_{\alpha 0} - \mathcal{J}_{\alpha 2}} \tag{10}$$

$$\rho_\alpha = \frac{R_2 I_{\alpha 0} - R_0 I_{\alpha 2}}{I_{\alpha 2} - I_{\alpha 0}} = \frac{R_2 \mathcal{J}_{\alpha 2} - R_0 \mathcal{J}_{\alpha 0}}{\mathcal{J}_{\alpha 0} - \mathcal{J}_{\alpha 2}} \tag{11}$$

$$\begin{aligned} R_i &= \frac{R_2(I_{1i} - I_{10}) - R_0(I_{1i} - I_{12})}{I_{12} - I_{10}} = \\ &= \frac{R_2 \mathcal{J}_{12}(\mathcal{J}_{10} - \mathcal{J}_{1i}) - R_0 \mathcal{J}_{10}(\mathcal{J}_{12} - \mathcal{J}_{1i})}{\mathcal{J}_{1i}(\mathcal{J}_{10} - \mathcal{J}_{12})} \end{aligned} \tag{12}$$

Если в качестве эталонного проводника “0” взять “проводник короткого замыкания” и приписать ему значение сопротивления $R_0 = 0$, то формулы (10), (11) и (12) в этом случае примут свой окончательный вид:

$$\mathcal{E}_\alpha = \frac{R_2}{I_{\alpha 2} - I_{\alpha 0}} = R_2 \cdot \frac{\mathcal{J}_{\alpha 0}\mathcal{J}_{\alpha 2}}{\mathcal{J}_{\alpha 0} - \mathcal{J}_{\alpha 2}}$$

$$\rho_\alpha = R_2 \frac{I_{\alpha 0}}{I_{\alpha 2} - I_{\alpha 0}} = R_2 \frac{\mathcal{J}_{\alpha 2}}{\mathcal{J}_{\alpha 0} - \mathcal{J}_{\alpha 2}}$$

$$R_i = R_2 \frac{I_{1i} - I_{10}}{I_{12} - I_{10}} = R_2 \frac{\mathcal{J}_{12}(\mathcal{J}_{10} - \mathcal{J}_{1i})}{\mathcal{J}_{1i}(\mathcal{J}_{10} - \mathcal{J}_{12})}$$

Таким образом, исходя из соотношения (7),связывающего между собой измеряемые на опыте силы токов $\mathcal{J}_{\alpha i}$, мы получили хорошо известный ещё из средней школы закон Ома для всей цепи

$$\mathcal{J} = \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{R} + \rho}$$

и попутно – конкретные выражения для электродвижущей силы $\mathcal{E}$, внутреннего сопротивления ρ и сопротивления R.

Итак, мы убедились в том, что закон Ома для всей цепи может быть записан в двух эквивалентных формах:

в канонической

$$I_{\alpha i} = \varphi(\xi_\alpha, \sigma_\alpha; x_i) = \xi_\alpha x_i + \sigma_\alpha$$

где $$I_{\alpha i} = \tfrac{1}{J_{\alpha i}}, \qquad \xi_\alpha = \tfrac{1}{\mathcal{E}_\alpha}, \qquad x_i = R_i, \qquad \sigma_\alpha = \tfrac{\rho_\alpha}{\mathcal{E}_\alpha}$$

и в сакрально-инвариантной

$$\Phi\begin{pmatrix} I_{\alpha i}, & I_{\alpha k}, & I_{\alpha m} \\ I_{\beta i}, & I_{\beta k}, & I_{\beta m} \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} I_{\alpha i} & I_{\alpha k} & I_{\alpha m} \\ I_{\beta i} & I_{\beta k} & I_{\beta m} \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \equiv 0$$

Другими словами, мы можем сказать, что сила тока $\mathcal{J}_{\alpha i}$ через произвольный проводник i под действием произвольного источника тока α зависит вполне определённым образом от силы тока $\mathcal{J}_{\beta i}$ через проводник i под действием эталонного источника тока β, от сил токов $\mathcal{J}_{\alpha k}$, $\mathcal{J}_{\alpha m}$ через эталонные проводники k и m под действием источника тока α и, наконец, от сил токов $\mathcal{J}_{\beta k}$, $\mathcal{J}_{\beta m}$ через эталонные проводники k и m под действием эталонного источника тока β.

То есть Закон Ома для всей цепи представляет собой сакральное отношение между двумя кортами, левым $\langle \alpha\, \beta |$ и правым $| i\, k\, m \rangle$ (см.рис. 2).

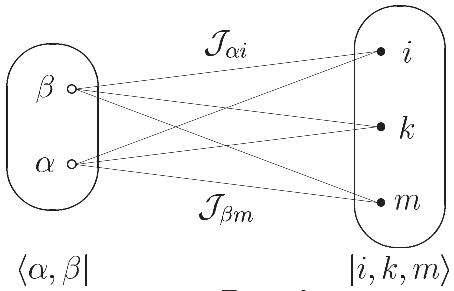


Рис. 2.

§ 3. Предварительное определение физической структуры ранга (2, 3).

Опираясь на этот пример, сформулируем понятие физической структуры ранга (2,3):

Рассмотрим два множества

$\mathfrak{N}=\{\alpha,\beta,\ldots\}$ – множество источников тока и

$\mathfrak{M}=\{i,k,\ldots\}$ – множество проводников.

Предварительный характер этого определения состоит в том, что с самого начала мы требуем существования следующих двух отображений

$$v:\mathfrak{N}\to\mathbb{R}^2\quad \alpha\mapsto\xi(\alpha),\eta(\alpha)$$
$$u:\mathfrak{M}\to\mathbb{R}\quad i\mapsto x(i)$$

Мы будем говорить, что на множествах $\mathfrak{N}$ и $\mathfrak{M}$ размерности (2,1) определена **физическая структура** ранга (2,3), если существует вещественная функция трёх вещественных переменных

$$\varphi:\mathbb{R}^2\times\mathbb{R}\to\mathbb{R}$$

$$\xi,\eta;x\mapsto\varphi(\xi,\eta;x)$$

такая, что шесть функций

	x_1	x_2	x_3
ξ_1,η_1	$\varphi(\xi_1,\eta_1;x_1)$	$\varphi(\xi_1,\eta_1;x_2)$	$\varphi(\xi_1,\eta_1;x_3)$
ξ_2,η_2	$\varphi(\xi_2,\eta_2;x_1)$	$\varphi(\xi_2,\eta_2;x_2)$	$\varphi(\xi_2,\eta_2;x_3)$,

образованных из одной и той же функции $\varphi(\xi,\eta;x)$ путём всевозможной замены переменных ξ,η и x на новые переменные

$$\xi,\eta\to\xi_1,\eta_1;\xi_2,\eta_2$$

$$x\to x_1,x_2,x_3,$$

связаны между собой соотношением

$$\begin{matrix}\Phi(\varphi(\xi_1,\eta_1;x_1), & \varphi(\xi_1,\eta_1;x_2), & \varphi(\xi_1,\eta_1;x_3),\\ \varphi(\xi_2,\eta_2;x_1), & \varphi(\xi_2,\eta_2;x_2), & \varphi(\xi_2,\eta_2;x_3))\end{matrix}\equiv 0 \tag{13}$$

или

$$\varphi(\xi_1, \eta_1; x_1) \equiv f(\varphi(\xi_1, \eta_1; x_2); \varphi(\xi_1, \eta_1; x_3); \varphi(\xi_2, \eta_2; x_1); \varphi(\xi_2, \eta_2; x_2); \varphi(\xi_2, \eta_2; x_3)) \tag{14}$$

представляющим собой тождество относительно независимых переменных $\xi_1, \eta_1; \xi_2, \eta_2; x_1, x_2, x_3$.

Итак, задача состоит в том, чтобы найти неизвестные функции $\varphi(\xi, \eta; x)$ и

$$\begin{array}{l}\Phi(\varphi_{11}, \quad \varphi_{12}, \quad \varphi_{13} \\ \quad\ \varphi_{21}, \quad \varphi_{22}, \quad \varphi_{23})\end{array} \qquad \text{или} \qquad f(\varphi_{12}, \varphi_{13}, \varphi_{21}, \varphi_{22}, \varphi_{23}),$$

обращающие равенства (13) и (14) в тождества относительно системы независимых переменных $x_1, x_2, x_3; \xi_1, \eta_1; \xi_2, \eta_2$.

Эта задача была впервые решена Г. Г. Михайличенко [3], [4], [5] разработавшим общий метод решения необычных функциональных уравнений типа (13), возникающих в рамках теории физических структур.

Им было показано [5], что функциональное уравнение

$$\forall \xi_1, \eta_1; \xi_2, \eta_2; x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}$$

$$\begin{array}{l}\Phi(\varphi(\xi_1, \eta_1; x_1), \quad \varphi(\xi_1, \eta_1; x_2), \quad \varphi(\xi_1, \eta_1; x_3), \\ \quad\ \varphi(\xi_2, \eta_2; x_1), \quad \varphi(\xi_2, \eta_2; x_2), \quad \varphi(\xi_2, \eta_2; x_3))\end{array} \equiv 0$$

относительно двух неизвестных функций

$$\varphi : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$

$$\Phi : \mathbb{R}^6 \to \mathbb{R}$$

имеет **одно и только одно**(!) фундаментальное решение, определённое с точностью до эквивалентности

$$a(\xi, \eta; x) = \xi x + \eta$$

$$\begin{array}{l}\Phi(a_{11}, \quad a_{12}, \quad a_{13}, \\ \quad\ a_{21}, \quad a_{22}, \quad a_{23})\end{array} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

Общее решение получается из фундаментального путём произвольного преобразования аргументов

$$\varphi(\xi, \eta; x) = \psi(u(\xi, \eta) \cdot f(x) + v(\xi, \eta))$$

Итак, можно показать, что форма закона Ома для всей цепи

$$\mathcal{J}_{\alpha i} = \frac{\mathcal{E}_\alpha}{R_i + \rho_\alpha}$$

и вид непосредственно связанного с ним соотношения

$$\begin{vmatrix} I_{\alpha i} & I_{\alpha k} & I_{\alpha m} \\ I_{\beta i} & I_{\beta k} & I_{\beta m} \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

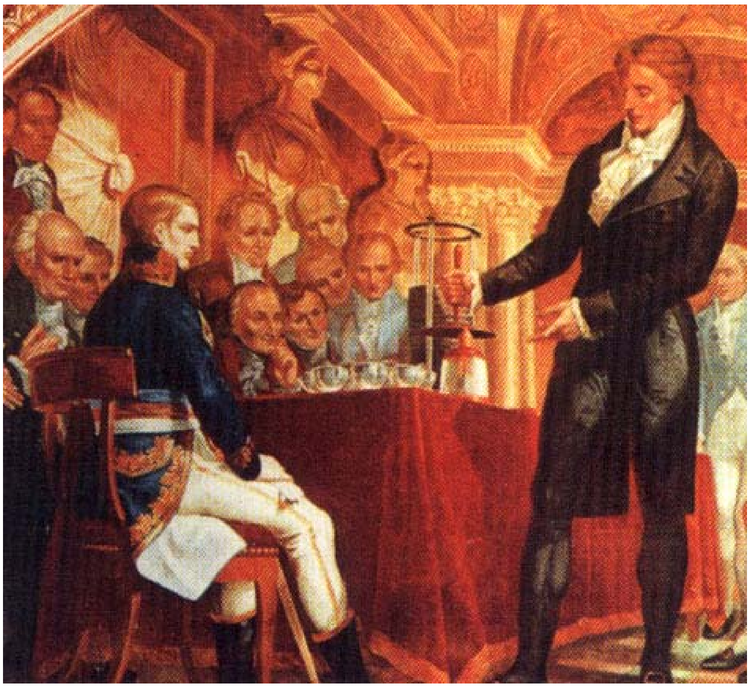
не являются случайными; они оказываются единственно возможными (с точностью до переобозначений), если в основание электродинамики постоянных токов положить принцип **сакральной инвариантности** ранга (2, 3), то есть требование, чтобы шесть сил токов

$$\begin{array}{c|ccc} & i & k & m \\ \hline \alpha & \mathcal{J}_{\alpha i} & \mathcal{J}_{\alpha k} & \mathcal{J}_{\alpha m} \\ \beta & \mathcal{J}_{\beta i} & \mathcal{J}_{\beta k} & \mathcal{J}_{\beta m}, \end{array}$$

относящиеся к двум $(s = 2)$ произвольным источникам тока α и β и к трём $(r = 3)$ произвольным проводникам i, k, m были бы связаны между собой одним, заранее неизвестным, функциональным соотношением:

$$\Phi\begin{pmatrix} \mathcal{J}_{\alpha i} & \mathcal{J}_{\alpha k} & \mathcal{J}_{\alpha m} \\ \mathcal{J}_{\beta i} & \mathcal{J}_{\beta k} & \mathcal{J}_{\beta m} \end{pmatrix} \equiv 0,$$

инвариантным относительно выбора **двух** источников тока α, β и **трёх** проводников i, k, m .



Nicola Clanfanelli, 1841 *Алессандро Вольта демонстрирует столб Наполеону*

Литература к главе 5

[1] **Творцы мировой науки:** от античности до XX века; Попул. биобиблиографич. энцикл. /Рос. гос. б-ка. – М.: Пашков дом, 2001. – С. 282.

[2] *Вигнер Е.* Этюды о симметрии. - М.: Мир, 1971, С. 36.

[3] *Михайличенко Г. Г.* Вопросы единственности решения основного уравнения теории физических структур. // Кулаков Ю. И. Элементы теории физических структур. Новосибирск. НГУ. 1968. с. 175–226.

[4] *Михайличенко Г. Г.* Решение функциональных уравнений в теории физических структур. // Доклады АН СССР. 1972. т. 206. №5 с. 1056–1058.

[5] Михайличенко Г. Г. Бинарные физические структуры ранга 3,2 // Сибирский математический журнал. 1973. т. 14. №5. с. 1057–1064.